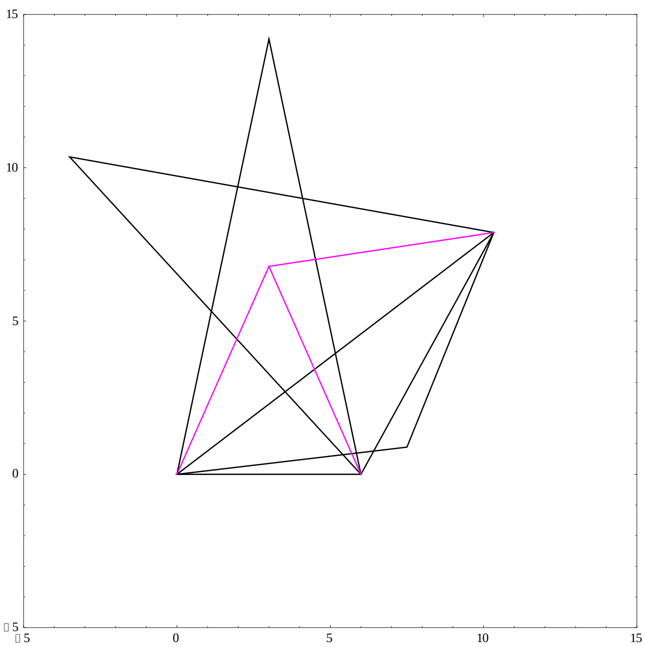
– 2. feladatbokor Rajzoljunk a háromszög oldalaira *befelé* egyenlő-oldalú háromszögeket, melyek csúcsszöge az alap-háromszög szemközti szögével egyenlő (tehát az a oldalra α-szögűt). Tekintsük a belső háromszögek nevezetes pontjait és kössük össze az alapháromszög szemközti csúcsaival. Ezek az egyenesek mikor mennek át egy ponton?

Elöljáróban megjegyezzük, ha a hozzáírt háromszögek csúcsait összekötjük az alapháromszög szemközti csúcsával, ezek az egyenesek NEM mennek át egy ponton.

Legyenek a belső háromszögek körülírt köreinek középpontjai O_a , O_b , O_c . (Ezek a belső háromszögek X[3] pontjai.) Ekkor az AO_a , BO_b , CO_c egyenesek egy ponton mennek át, ez az alapháromszög körülírt körének középpontja, azaz X[3] pontja. Jelöljük ezt így: X[3] -> X[3]



A belső háromszögek sok nevezetes pontja esetén mennek át a mondott egyenesek egy ponton:

X[13] $f = 1 / \text{Sin}(A+\pi/3)$ -> X[18] $f = 1 / \text{Sin}(A-\pi/6)$
X[14] $f = 1 / \text{Sin}(A-\pi/3)$ -> X[17] $f = 1 / \text{Sin}(A+\pi/6)$
X[104] $f = 1 / (-1+\text{Cos}(B)+\text{Cos}(C))$ -> X[1] $f = 1$
X[517] $f = -1+\text{Cos}(B)+\text{Cos}(C)$ -> X[4] $f = 1 / \text{Cos}(A)$
X[106] $f = a / (2a-b-c)$ -> X[1] $f = 1$
X[519] $f = (2a-b-c) / a$ -> X[4] $f = 1 / \text{Cos}(A)$
X[1141] $f = 1/(1+2\text{Cos}(2A)) / \text{Cos}(B\text{-}C)$ -> X[1] $f = 1$
X[1154] $f = (1+2\text{Cos}(2A))\ \text{Cos}(B\text{-}C)$ -> X[4] $f = 1 / \text{Cos}(A)$
X[265] $f = \text{Sin}(2A) / \text{Sin}(3A)$ -> X[5] $f = \text{Cos}(B-C)$
X[5961] $f = \text{Sin}(4A) / \text{Sin}(3A)$ -> X[54] $f = 1/ \text{Cos}(B-C)$

Továbbá az ETC-ben nem szereplő pontok:

$f = \text{Cos}(A)\ \text{Cos}(B\text{-}C)\ (-1+\text{Cos}(B)+\text{Cos}(C))\ (1+2\text{Cos}(2A))$
-> X[20] $f = \text{Cos}(A) - \text{Cos}(B)\ \text{Cos}(c)$

$f = \text{Cos}(A)\ (-1+\text{Cos}(B)+\text{Cos}(C))^{n}\ \text{Cos}(B\text{-}C)^{-n}\ (1+2\text{Cos}(2A))^{-n}$
-> X[20] $f = \text{Cos}(A) - \text{Cos}(B)\ \text{Cos}(c)$

$f = \text{Cos}(A)\ (-1+\text{Cos}(B)+\text{Cos}(C))^{n}\ \text{Cos}(B\text{-}C)^{-n}\ (1+2\text{Cos}(2A))^{-n-1}$
-> X[20] $f = \text{Cos}(A) - \text{Cos}(B)\ \text{Cos}(c)$

n egész